

退化量有缺失的无失效小样本轴承 可靠性评估

许凌天¹, 沈雪瑾¹, 蒋爽², 陈晓阳¹
(1. 上海大学 机电工程与自动化学院, 上海 200444
2. 上海天安轴承有限公司 测试中心, 上海 201108)

摘 要: 针对有试验性能退化量参数记录、且(或)有部分数据缺失情况的小样本无失效轴承试验问题, 通过由 Taylor 和 Thompson 提出的数据模拟法实现补全样本退化量, 结合 Bootstrap 自助法扩大样本量, 再根据基于性能退化轨迹的补充信息方法来进行其可靠性评估。选取 7 组受试轴承的振动退化量, 对比在完整数据和带有缺失数据情况下的分析结果, 发现可合理利用原舍弃不合规试验的部分有效信息, 使之增加可靠性评估的样本数, 从而得到较不用这些数据更为准确的结果, 且所得结果较用完整数据结果绝对值相差在 0.1 以内。对比由极大似然估计法和加权 E-Bayes 法分析试验寿命数据的结果, 发现该方法所得评估结果更优, 与试验实际相比误差在 10% 以内, 对于提高评估精度及降低试验成本有积极的实际意义。

关 键 词: 可靠性评估; 性能退化; 数据缺失; Bootstrap 法; 随机数据模拟

中图分类号: V233.4; TB114.3 **文献标志码:** A

Reliability assessment of bearings with incomplete performance degradation data under small and non-failure samples

XU Lingtian¹, SHEN Xuejin¹, JIANG Shuang², CHEN Xiaoyang¹
(1. School of Mechanical and Electrical Engineering and Automation,
Shanghai University, Shanghai 200444, China;
2. Technology Center,
Shanghai Tianan Bearing Corporation Limited, Shanghai 201108, China)

Abstract: A reliability assessment with incomplete performance degradation data under small and non-failure samples was made. A data-based random number simulation method proposed by Taylor and Thompson was used to complete the missing sample degradation data, the Bootstrap method was used to expand the sample size, and the reliability assessment of the bearings was analyzed based on the degradation trajectory-based method. The vibration degradation of 7 groups of tested bearings was selected and analyzed under the conditions of complete and incomplete performance degradation data, respectively. It was found that the method proposed can obtain accurate reliability assessment and the absolute value difference between two results was controlled within 0.1. The above results were compared with the results obtained by analyzing the lifetime data through the weighted E-Bayes method and the maximum likelihood estimation. It was found that the results obtained by the

收稿日期:2020-03-09
基金项目:国家“十二五”规划项目上海大学子项(D. 50-0109-15-001)
作者简介:许凌天(1994—),男,硕士生,主要研究方向为小样本无失效轴承可靠性评估。

引用格式:许凌天,沈雪瑾,蒋爽,等.退化量有缺失的无失效小样本轴承可靠性评估[J].航空动力学报,2020,35(9):1977-1987.
XU Lingtian, SHEN Xuejin, JIANG Shuang, et al. Reliability assessment of bearings with incomplete performance degradation data under small and non-failure samples[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(9): 1977-1987.

method were better, and the actual error was within 10% compared with the actual test, showing positive practical significance for improving the evaluation accuracy and reducing the test cost.

Key words: reliability assessment; performance degradation; incomplete data; Bootstrap method; random number simulation

轴承是机械系统中最重要部件之一。随着装备高速重载化和制造技术飞快发展,对高可靠性长寿命轴承的要求也再不断提高,要获得产品高可靠性数据需要长时间的试验。对于试验中得到的无失效数据,对其进行可靠性评估可以在样本未失效前得到其准确的可靠性预测,能够极大的节省试验成本,也有助于在样本失效前做出防护。所以,对无失效数据可靠性的研究越来越引起了国内外许多学者的高度重视。傅惠民等^[1]提出一种 Weibull 分布定时无失效数据可靠性分析方法,在形状参数下限已知的情况下,给出了可靠度和使用寿命的单侧置信下限,从而能够根据定时无失效数据对产品进行高置信水平的可靠性评定;Kwon^[2-3]基于 Bayes 方法,分别针对轴承服从 Weibull 分布和对数正态分布的产品,提出了无失效样本的可靠性验证方法;夏新涛等^[4-5]基于最大熵法,以滚动轴承为研究对象,实现了在轴承概率分布未知的情况下对其寿命进行无失效数据可靠性评估。高攀东等^[6]通过 Monte-Carlo 法仿真,以航空轴承为研究对象,对比了 E-Bayes 法和多层 Bayes 法的优劣性,并对超参数的选值和分组数的界定提出了建议。

为了节省试验成本,对可靠性试验中投入的样本量也越来越少,针对轴承小样本情况下的可靠性评估分析,国内外学者也做了不少的研究。Lin 等^[7]提出了一种数据模拟方法,在小样本数据的情况下评估了产品的寿命性能;Galetto 等^[8]针对小样本提出了一种 Bayes 分析方法,并将其用于估计 Weibull 分布的两个参数;高攀东等^[9]将 Bootstrap 与中值无偏矩估计法相结合,并应用于小样本下 Weibull 分布的参数估计,获得了准确的评估结果。秦萃晟等^[10]研究了小样本轴承在竞争失效模式下的可靠性评估,在样本量较小的情况下提高了可靠性评估精度。Bootstrap 自助法^[11]也受到不少学者的青睐,将其用于在小样本问题中扩大样本量。

在无失效及小样本情况下,由于样本的寿命数据很难完全表达其失效信息,许多学者往往分析样本的退化量作为补充信息来对其进行可靠性

评估。张中益等^[12]通过神经网络模拟计算了球轴承磨损量与寿命的关系,并且准确预测了球轴承的寿命;张晓东等^[13]采用残差自回归模型结合可靠性理论分析了小样本退化数据的可靠性评估。

有关基于性能退化的可靠性评估已经有了较为成熟的理论体系^[14-15],但是对在试验中常遇到的部分缺失的性能退化数据,如何对其进行可靠性评估分析却鲜有研究。特别是在试验中经常遇到的不可抗力因素(陪试件失效、设备跳闸等)得到了样本还未失效前的数据部分缺失的性能退化量,若能对此情况下的样本数据进行可靠性评估,对于降低重复试验次数及减少试验时间具有积极的实际意义。本文针对此种在基于得到带有性能退化量且数据有缺失的情况下,对小样本无失效轴承可靠性评估提出一种思路。用 K-S(Kolmogorov-Smirnov)法检验数据是否服从正态分布,再通过 Taylor 等^[16]提出的 TT(Taylor-Thompson)数据模拟法利用 Monte-Carlo 法生成随机数实现模拟大量的性能退化增量,求得退化增量服从的正态分布参数后利用 Bootstrap 自助法生成大量关于退化增量的“伪”退化量数据扩大样本量,最后用基于退化轨迹的方法分析大量完整样本数据得到可靠性评估结果。

1 基于退化轨迹的可靠性分析

基于退化轨迹的可靠性分析由于其计算便捷、评估效果良好的特点,被广泛的应用于带有性能退化数据的可靠性评估分析中,本文介绍一种通过拟合退化量服从的参数得到退化轨迹的方法,其基本流程如下。

假设对一批产品中的 n 个产品进行可靠性试验,在相同的条件下试验进行若干小时,期间检测产品的某一性能参数 y 的变化情况。比如对参试产品每隔 Δt 测试一次性能值,对 n 个产品均进行了 m 次测试,获得产品性能数据如下:

$$y = \begin{bmatrix} y_{1,1} & y_{1,2} & \cdots & y_{1,m} \\ y_{2,1} & y_{2,2} & \cdots & y_{2,m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ y_{n,1} & y_{n,2} & \cdots & y_{n,m} \end{bmatrix} \tag{1}$$

式中 $y_{i,j}$ 表示第 i 个样品 ($i=1,2,\dots,n$), 第 j 个测量值 ($j=1,2,\dots,m$)。假设在 t_j 处测得的 n 个退化数据 $y_{1,j}, y_{2,j}, \dots, y_{n,j}$, 且这组数据服从正态分布, 则对每一个测试时刻求正态分布的均值 $\hat{\mu}_j$ 和 $\hat{\sigma}_j$ 方差估计值, 公式如下:

$$\hat{\mu}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{i,j} \quad (2)$$

$$\hat{\sigma}_j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_{i,j} - \hat{\mu}_j)^2} \quad (3)$$

Bootstrap 法是可靠性评估中流行的扩大样本量的方法, 在试验样本量较小时效果很好, 故本文利用该方法解决小样本问题中样本量不足的问题, 其实现过程见文献[11]。通过 Bootstrap 法可以得到大量的样本性能退化量, 算得所有时刻点性能退化量服从的正态分布参数, 对样本性能退化均值 $\hat{\mu}_j$ 和方差 $\hat{\sigma}_j$ 进行曲线拟合, 得到两个参数关于时间的退化轨迹表达式。这样产品的可靠度函数就可以表示为

$$\hat{R}(t_j) = \Phi\left[\frac{l - \hat{\mu}(t_j)}{\hat{\sigma}(t_j)}\right] \quad (4)$$

式中 l 表示产品的性能失效阈值。在工程实际中, 产品的设计者一般会给定一系列的性能退化阈值以满足用户的功能需求, 有的阈值根据实际工况由专家给出建议, 也有的阈值可由机械结构自身失效性质进行设定, 如轴承保持架的驱动扭矩^[17]。可利用计算机画出式(4)的函数曲线作为产品的可靠性曲线, 将任意时刻代入式(4)可得产品各个时刻点的可靠度点估计值。本文将采用 K-S 检验法用来检验是否各时刻的退化量都服从正态分布。

2 带有缺失数据的评估方法

2.1 提出方法

Taylor 和 Thompson 提出的数据模拟法结合 Bootstrap 自助法可以解决在带有缺失性能退化数据情况下的可靠性评估分析。

将模拟退化量数据分为前一时刻退化量值和模拟退化增量值。将观察的间隔时间段 Δt 内的退化量写成式(5)所示。

$$\Delta y = \begin{bmatrix} \Delta y_{1,1} & \Delta y_{1,2} & \cdots & \Delta y_{1,m} \\ \Delta y_{2,1} & \Delta y_{2,2} & \cdots & \Delta y_{2,m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Delta y_{n,1} & \Delta y_{n,2} & \cdots & \Delta y_{n,m} \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 $\Delta y_{i,j}$ 表示第 i 个样品 ($i=1,2,\dots,n$) 在第

$j-1$ 次测量至第 j 次测量之间的 Δt 小时内退化量的增量值 ($j=1,2,\dots,m$)。同理, K-S 检验将被用来验证各时刻是否服从正态分布。TT 数据模拟法在计算正态分布参数中能够取得良好的效果, 故本文考虑运用此方法模拟性能退化增量以补全有缺失的数据组。其实现步骤如下:

1) 假设在 t_j 时刻下 n 个样本的退化数据为 $y_{1,j}, y_{2,j}, \dots, y_{n,j}$, 计算它们的平均值。

2) Monte-Carol 法^[18]生成服从均匀分布的随机样本 $e_1, e_2, \dots, e_n$, 该均匀分布的下限为 $\frac{1}{n} - \sqrt{\frac{3(n-1)}{n^2}}$, 上限为 $\frac{1}{n} + \sqrt{\frac{3(n-1)}{n^2}}$, 其中 n 表示原始样本数据的样本个数。

3) 计算 t_j 时刻下新样本的模拟数据

$$z_{i',j} = \sum_{i=1}^n e_i (y_{i,j} - \bar{y}_j) + \bar{y}_j \quad (6)$$

式中 $z_{i',j}$ 表示 t_j 时刻下模拟的第 i' 个样本值。

4) 步骤 1~步骤 3 重复 n 次, n 表示原始样本数, 构成一组新的样本 $y_j^* = (z_{1,j}, z_{2,j}, z_{3,j}, \dots, z_{n,j})$, 计算新样本均值 $\hat{\mu}_{Bj}$ 和方差 $\hat{\sigma}_{Bj}$ 。

5) 根据 Bootstrap 自助法, 将步骤 1 至步骤 4 重复 B 次, 就可以获得整个 B 组在 t_j 时刻下的均值 $\tilde{\mu}_{jc}$ 和方差 $\tilde{\sigma}_{jc}$ ($c=1,2,\dots,B$), 并进而求出 TT 数据模拟法的计算结果。

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_{Bj} &= \frac{1}{B} \sum_{c=1}^B \tilde{\mu}_{jc} \\ \hat{\sigma}_{Bj} &= \frac{1}{B} \sum_{c=1}^B \tilde{\sigma}_{jc} \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $\tilde{\mu}_{Bj}$ 表示新数据组样本的均值, $\hat{\sigma}_{Bj}$ 表示新数据组样本的方差。

求出参数 $\hat{\mu}_{Bj}$ 和 $\hat{\sigma}_{Bj}$ 后, 根据 Bootstrap 自助法生成服从均值为 $\hat{\mu}_{Bj}$ 和方差为 $\hat{\sigma}_{Bj}$ 的 N 个随机数, 个数 N 与原始样本中需要补充的缺失数据个数有关。生成的数据表示为 $\Delta y_{1,j}, \Delta y_{2,j}, \dots, \Delta y_{i,j}$ 表示为第 j 次观察时第 i 个样本的退化量增量。模拟生成的“伪”性能退化数据表示为

$$y'_{i,j} = y_{i,j} + \Delta y_{i,j} \quad (8)$$

式中 $y'_{i,j}$ 为第 j 次观察时第 i 个样本补充后的样本数据, $y_{i,j}$ 为第 j 次观察时第 i 个样本原始数据或者第 $j-1$ 次观察时第 i 个样本补充后的样本数据, $\Delta y_{i,j}$ 为生成的第 j 次观察时第 i 个样本的退化量增量。

通过 TT 数据模拟法得到的 n 个正态分布参数估计值, 由于试验的随机性, 有些样本缺失的数

据不多而有些样本缺失的数据会比较多,缺失量较大的样本对于参数估计的权重比较高,本文采用加权的方法得到最终的正态分布参数估计 μ 和 σ 。求解方程组(式(9))便可得到 μ 和 σ 的估计值。

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n-q} \frac{m_i}{n} x + qx = 1 \\ \sigma = \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{n} x \sigma_i \\ \mu = \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{n} x \mu_i \end{cases} \quad (9)$$

式中 x 为数据组的权重值, μ 和 σ 为退化增量服从的正态分布函数的均值和方差的估计值, μ_i 和 σ_i 为第 i 个组的正态分布参数估计值, m_i 为第 i 个组缺失数据组可用的退化增量个数, n 为完整数据组可用的退化增量, q 为完整数据组组数。通过 Bootstrap 自助法可以生成大量的各时刻点退化量数据组,采用文中第 1 节提到的基于退化轨迹方法对模拟数据进行分析。带有缺失性能退化数据的可靠性评估流程如图 1 所示。

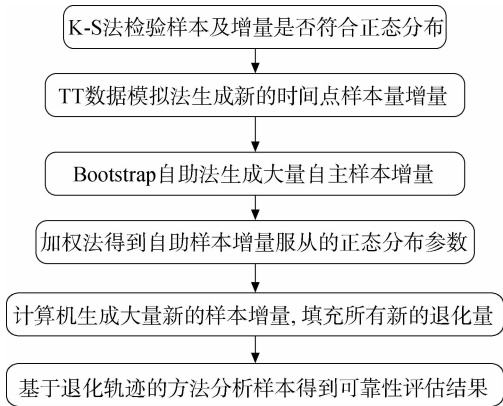


图 1 有缺失性能退化数据的可靠性评估流程图
Fig.1 Flow chart of making reliability assessment with incomplete performance degradation data

2.2 方法验证

对某型号柔性轴承进行可靠性寿命试验,试验装置见文献[19]。试验设定的最大截尾时间为 1200 h,主驱动电动机转速为 1350 r/min,副驱动电动机转速为 13 r/min,试验中在柔轮长轴位置施加大小为 400 N 的对称径向力。试验采用 Polytec pdv100 激光测振仪测量柔轮表面的振动速度信号,并经计算机处理得到样本振动速度的有效值。根据柔轮的实际工况,设定振动速度有效值的阈值为 50 mm/s。试验在达到最大截尾时

间前样本均由于振动速度达到阈值而失效,表 1 列出了试验中测得的样本振动速度的有效值。

为了验证计算方法在小样本无失效且有部分数据缺失情况下的有效性,本文将对表 1 样本前 613 h 未失效时的振动速度数据做缺失处理,运用文中第 2.1 节提出的方法分析处理后的缺失数据组得到可靠性评估结果,与表 1 中前 613 h 的完整数据分析得到的可靠性评估结果做对比。前 613 h 的完整数据通过文献[14-15]提出的退化轨迹分析法和文献[20]提出的 Monte-Carlo 自助法结合退化量分布的可靠性分析(DDBMC)法进行分析,DDMBC 法被证明在小样本基于性能退化的可靠性分析中有较好的评估效果。假设试验中遇到的不可抗力因素(如传感器异常、或测量系统故障、或陪试件失效等),造成样本 1、2 在某时刻后的振动速度未能准确记录或试验停止,处理结果如表 2 所示。得到的数据处理结果带有因截尾试验或由于不可抗力导致试验中止时得到性能退化数据有缺失情况的普遍性。

根据 K-S 检验法,取显著水平为 0.05 时,通过 H 值判断是否接受假设检验; $H=0$ 时,表示接受假设, $H=1$ 时,表示否定假设。结果表明样本各个时刻点的退化量和退化增量均符合正态分布。

根据文中第 2.1 节中提出的方法,通过计算机辅助生成大量的“伪”振动速度有效值,利用生成的样本数据通过文中第 1 节的分析模型计算样本轴承的退化轨迹拟合参数。文献[21]指出,轴承振动退化轨迹通常用线性模型和指数模型进行拟合,并表明指数模型有更好的拟合效果,故本文采用指数函数的形式拟合样本的退化轨迹。将根据文中第 2.1 节方法生成的大样本数据整理如式(1)的形式,再将样本时刻点的振动速度有效值代入式(2)、式(3)得到各时刻点样本的振动速度有效值服从的正态分布函数的均值和方差,通过指数函数拟合后退化轨迹如式(10)、式(11)所示。

$$\hat{\mu}(t_j) = e^{0.00081t+3.285} \quad (10)$$

$$\hat{\sigma}(t_j) = e^{0.00076t+1.187} \quad (11)$$

将式(10)、式(11)代入式(4)可得到可靠性曲线图。退化轨迹分析法及 DDMBC 法的计算过程略去,下面仅给出对比结果。表 3 给出了 3 种计算方法分别得到的样本在 613 h 及样本最大失效时间 1036 h 的可靠度点估计值 $R(t)$ 的对比结果,表中 t 表示时间。图 2 给出了 3 种计算方法分别得到的可靠性曲线图对比结果。

表 1 某型号柔性轴承可靠性试验观测到的振动速度有效值

Table 1 Effective value of vibration speed observed in a certain type of flexible bearing in reliability test

时间/h	振动速度/(mm/s)				
	样本 1	样本 2	样本 3	样本 4	样本 5
24	20.53	22.02	26.39	23.02	23.93
66	26.74	23.37	27.90	24.36	26.74
102	29.13	26.85	27.91	27.36	28.19
144	30.40	28.36	28.02	28.07	30.01
157	30.70	30.39	29.66	30.65	30.70
186	31.15	30.58	30.77	30.78	31.06
218	32.36	32.80	32.00	32.65	31.90
452	33.64	35.13	36.00	36.99	36.54
488	35.76	37.29	40.03	37.27	38.39
527	36.43	37.47	40.04	37.65	40.70
558	38.45	38.45	40.94	37.69	40.82
574	39.67	40.23	40.97	38.09	41.33
613	41.54	41.77	41.37	39.66	42.46
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1036					51.73

表 2 经处理后的前 613h 数据部分缺失的轴承振动速度

Table 2 Bearings' incomplete vibration speed for the first 613 h after processing

时间/h	振动速度/(mm/s)				
	样本 1	样本 2	样本 3	样本 4	样本 5
24	20.53	22.02	26.39	23.02	23.93
66	26.74	23.37	27.90	24.36	26.74
102	29.13	26.85	27.91	27.36	28.19
144	30.40	28.36	28.02	28.07	30.01
157	30.70	30.39	29.66	30.65	30.70
186	31.15	30.58	30.77	30.78	31.06
218	32.36	32.80	32.00	32.65	31.90
452	33.64	35.13	36.00	36.99	36.54
488	35.76	37.29	40.03	37.27	38.39
527		37.47	40.04	37.65	40.70
558			40.94	37.69	40.82
574			40.97	38.09	41.33
613			41.37	39.66	42.46

表 3 三种计算方法得到的可靠度点估计值对比
Table 3 Comparison results of reliability point estimates obtained by three calculation methods

计算方法	可靠度 $R(t)$	
	$t=613\text{ h}$	$t=1\,036\text{ h}$
DDBMC 法(完整数据组)	0.9436	0.1073
退化轨迹法(完整数据组)	0.9281	0.0713
本文方法(缺失数据组)	0.8821	0.0516

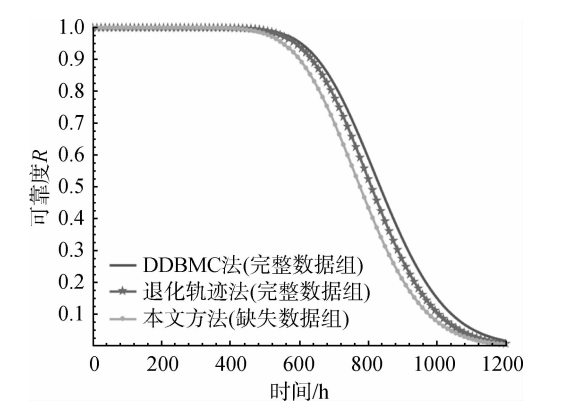


图 2 3 种计算方法得到的可靠性曲线图对比
Fig. 2 Comparison results of reliability curves obtained by three calculation methods

由图 2 可知,本文方法分析性能退化有缺失的数据组得到的可靠性曲线结果与现有的退化轨迹分析法、DDBMC 法分析完整数据组得到的结果很接近,说明该方法利用缺失数据组中的有效信息扩大可用样本量进行可靠性评估是可行的。通过表 3 给出的可靠度点估计值结合试验实际,在 613 h 处样本没有出现失效,3 种方法得到的可靠度点估计值均较高,符合试验结果;在 1 036 h 处 5 个样本均达到阈值而失效,而 3 种方法在此时的可靠度点估计值几乎都在 0.1 以下,验证了本文方法在基于退化量数据有缺失的情况下得到的无失效小样本可靠性评估结果是可信的。

3 实例分析

文献[20]针对某型号滚动轴承进行 4 000 h 的定时截尾寿命试验。试验机为 CGS3-8 超高速高温轴承试验机,对轴承施加 5 N 的轴承载荷,试验转速为 58 000 r/min,试验的最大截尾时间为 4 000 h。正式试验前,对受试轴承进行 3 h 的预跑合。试验样本量为 7,根据用户主机工作精度要求,设定的轴承失效条件为轴承的振动值 A 超过

1.5g(g 表示重力加速度),由于试验仪器的测量存在一定的偶然性,在试验过程中只有连续 3 次出现振动值超过 1.5g,才判定轴承失效。表 4 记录了试验样本的振动值,表 5 为试验结束时轴承的失效情况。试验中记录的样本振动值及设定的退化阈值均为有效值。

3.1 与完整性能退化数据的对比分析

为了验证本文方法的一般性和优越性,本文同理将对表 4 数据做缺失处理,运用文中第 2.1 节提出的方法分析处理后的缺失数据组得到可靠性评估结果,与表 4 中前 1 300 h 的完整数据分析得到的可靠性评估结果做对比。前 1 300 h 的完整数据通过文献[14-15]提出的退化轨迹分析法和 DDBMC 法进行分析。由于本文分析的是无失效可靠性评估问题,故只对前 1 300 h 的样本振动量做处理分析,以期得到试验样本在 1 300 h 后准确的可靠性评估结果,处理结果如表 6 所示。

根据文中第 2.1 节模型,同理可得到各时刻点样本的振动有效值服从的正态分布函数的均值和方差,通过指数函数拟合后退化轨迹如式(12)、式(13)所示。

$$\hat{\mu}(t_j) = e^{0.0007t-1.3051} \tag{12}$$

$$\hat{\sigma}(t_j) = e^{0.0006t-1.3868} \tag{13}$$

将式(12)、式(13)代入式(4)可得到可靠性曲线图。按常规思路,可以不分析数据有缺失的样本 1~2,只分析完整的样本 3~7 数据组,采用退化轨迹分析法和 DDBMC 法也能得到可靠性曲线图。同时,舍弃数据完整的样本 7,分析带有缺失数据的样本 1~6 前 1 300 h 的性能退化数据,得到的可靠性曲线与将表 1 中前 1 300 h 的原始数据和前 1 300 h 样本 3~7 组的性能退化数据分别通过退化轨迹分析法、DDBMC 法进行分析得到的可靠性曲线做对比如图 3 所示。将上述不同计算方法下对不同样本量分析得到的可靠度点估计值 $R(t)$ 做定量对比,对比结果如表 7 所示。

由图 3 可知,本文方法分析前 1 300 h 缺失性能数据得到的可靠性曲线与 DDBMC 法、退化轨迹分析法分析前 1 300 h 完整数据得到的可靠性曲线趋势一致且评估结果更为保守,表 7 列出的各个点可靠度点估计值也比较接近,在 2 000 h 内 3 种处理方法的相对误差控制在 5%以内。由表 7 给出的可靠度点估计值结合表 5 可靠性试验失效情况,可知在 1 300 h 内试验进行中没有样本损坏,得到的可靠性评估结果均很高,符合试验情

表 4 轴承 4000 h 振动量试验数据

Table 4 4000 h vibration test data of bearings

时间/h	A/g						
	样本 1	样本 2	样本 3	样本 4	样本 5	样本 6	样本 7
0	0.0300	0.0870	0.0841	0.1825	0.0020	0.1163	0.0916
130	0.1850	0.4940	0.1484	0.9687	1.0516	0.4674	0.1134
260	0.2220	0.2870	0.1658	1.1680	0.9137	0.6150	0.1468
390	0.2565	0.3088	0.1585	1.1959	1.2469	0.9492	0.1195
520	0.1704	0.2750	0.1643	0.6521	1.5600	0.9713	0.1579
650	0.1900	0.8104	0.1453	1.0110	1.2832	0.9844	0.1725
780	0.2189	0.6368	0.1583	0.8428	1.1030	0.9798	0.1807
910	0.2044	0.5421	0.1885	0.5057	1.0055	0.8945	0.1894
1040	0.2244	0.6117	0.1466	0.5812	1.2964	0.8736	0.1458
1170	0.2256	0.4064	0.1825	0.3686	1.3303	0.9058	0.1338
1300	0.2305	0.3780	0.3574	0.5547	1.3688	0.9418	0.1433
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
4000						1.2549	1.0754

表 5 试验结束时轴承的失效情况

Table 5 Bearings' failure conditions at the end of the test

参数	样本 1	样本 2	样本 3	样本 4	样本 5	样本 6	样本 7
状态	失效	失效	失效	失效	失效	未失效	未失效
试验时间/h	1313	2288	2472	2506	3382	4000	4000

表 6 经处理后的前 1300 h 数据部分缺失的轴承振动有效值

Table 6 Effective value of bearings' incomplete vibration values for the first 1300 h after processing

时间/h	A/g						
	样本 1	样本 2	样本 3	样本 4	样本 5	样本 6	样本 7
0	0.0300	0.0870	0.0841	0.1825	0.0020	0.1163	0.0916
130	0.1850	0.4940	0.1484	0.9687	1.0516	0.4674	0.1134
260	0.2220	0.2870	0.1658	1.1680	0.9137	0.6150	0.1468
390	0.2565	0.3088	0.1585	1.1959	1.2469	0.9492	0.1195
520	0.1704	0.2750	0.1643	0.6521	1.5600	0.9713	0.1579
650		0.8104	0.1453	1.0110	1.2832	0.9844	0.1725
780		0.6368	0.1583	0.8428	1.1030	0.9798	0.1807
910			0.1885	0.5057	1.0055	0.8945	0.1894
1040			0.0841	0.1825	1.2964	0.8736	0.1458
1170			0.1825	0.3686	1.3303	0.9058	0.1338
1300			0.3574	0.5547	1.3688	0.9418	0.1433

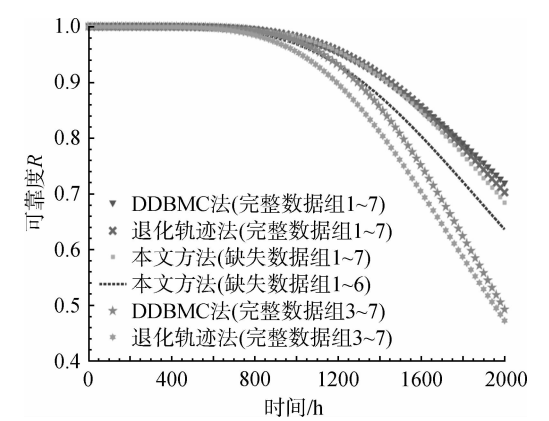


图 3 不同计算方法下对不同样本量的可靠性曲线图对比结果

Fig. 3 Comparison results of reliability curves for different samples under different calculation methods

况;在 2000 h 试验样本的失效率为 0.143,本文方法得到分析前 1300 h 缺失性能数据得到的该点可靠度估计值为 0.6853,相较不用这些数据得到的点估计值更加接近试验实际;在 2500 h 试验样本的失效率为 0.428,此时不用数据有缺失的样本得到的失效概率估计值超过了 0.75,而本文方法得到该点可靠度点估计值为 0.4785,与试验实际相符合;在 3000 h 试验样本的失效率达到了 0.571,本文方法在该点的可靠度点估计值为 0.3183,得到了略为保守的估计值,而此时不用数据有缺失的样本得到的失效率在 0.9 上下,已经完全不可信,验证了本文方法在处理带有缺失性能退化数据情况下得到的可靠性评估是可信的,可以得到较不用这些数据更为准确的评估结果。

表 7 不同计算方法下对不同样本量的可靠度点估计值结果对比

计算方法	可靠度 $R(t)$			
	$t=1000\text{ h}$	$t=2000\text{ h}$	$t=2500\text{ h}$	$t=3000\text{ h}$
DDBMC 法(完整数据组 1~7)	0.9812	0.72	0.5526	0.4243
DDBMC 法(完整数据组 3~7)	0.974	0.4931	0.2257	0.0827
本文方法(缺失数据组 1~7)	0.9819	0.6853	0.4785	0.3183
退化轨迹法(完整数据组 1~7)	0.9817	0.7029	0.5061	0.3492
退化轨迹法(完整数据组 3~7)	0.9546	0.4729	0.2478	0.1182
本文方法(缺失数据组 1~6)	0.9686	0.6365	0.4438	0.3033

同时,发现运用本文方法分析前 1300 h 带有缺失数据的样本 1~6 的可靠性评估结果较 DD-BMC 法、退化轨迹分析法分析前 1300 h 完整数据组的可靠性评估结果略为保守。得到的可靠度点估计值与 DDBMC 法、退化轨迹分析法分析前 1300 h 完整样本数据的结果有一定差异,绝对值差异控制在 10%左右,对比前文得到的试验实际失效率得到了保守的可靠度评估结果,但大体上仍符合试验实际,评估结果明显好于较不分析前 1300 h 带有缺失数据的样本得到的评估结果,说明尽管舍弃了一组完整的样本数据,但试验中得到的数据有缺失的样本仍在可靠性评估中有一定的作用,对于试验中由于不可抗力造成了数据缺失后又因为条件限制不能重新再做完整试验的情况下本文仍能得到相对较准确的评估结果,从而在减少完整试验样本降低试验成本方面具有积极

意义。

3.2 与寿命数据可靠性评估结果对比分析

针对试验得到的表 5 寿命数据,考虑采用极大似然估计法进行参数的估计。对随机截尾试验寿命数据的极大似然函数可以表示为式(14)的形式。

$$L(\beta, \eta) = \prod_{i=1}^n [f(t_i, \beta, \eta)]^{\lambda_i} [1 - F(t_i, \beta, \eta)]^{1-\lambda_i} \tag{14}$$

式中 β 和 η 分别是 Weibull 分布的形状参数和尺度参数, $f(t_i, \beta, \eta)$ 是 Weibull 分布的概率密度函数, $F(t_i, \beta, \eta)$ 是 Weibull 分布的概率分布函数, t_i 表示第 i 个样本的试验数据,如果 t_i 是失效数据,则 $\lambda_i=1$;如果 t_i 是截尾数据,则 $\lambda_i=0$ 。 β 和 η 可通过求解方程组(式(15))获得。

$$\frac{1}{\beta} + \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i \ln t_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} - \frac{\sum_{i=1}^n t_i^\beta \ln t_i}{\sum_{i=1}^n t_i^\beta} = 0$$
$$\eta^\beta = \frac{\sum_{i=1}^n t_i^\beta}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \tag{15}$$

为了与不同的无失效数据可靠性分析方法做比较,考虑将表 5 轴承完全寿命数据处理成无失

效寿命数据,通过文献[22]提出的加权 E-Bayes 法评估可靠性分析处理后的无失效寿命数据,该方法被证明可以对寿命服从威布尔分布的产品进行无失效寿命数据的可靠性评估,且比传统 Bayes 法有更好的适用性。处理方法为将样本 1~2 的截尾时间和前文假设的试验中断时间一致,样本 3~7 的截尾时间在样本完全失效寿命之前均匀选取。本文仅列出处理试验前 2000 h 的无失效寿命数据,得到处理后的无失效寿命数据如表 8 所示。

表 8 经处理后的前 2000 h 轴承无失效寿命数据
Table 8 Bearings' zero-failure lifetime data after processing for the first 2000 h

参数	样本 1	样本 2	样本 3	样本 4	样本 5	样本 6	样本 7
状态	未失效	未失效	未失效	未失效	未失效	未失效	未失效
试验时间/h	520	780	1020	1260	1500	1760	2000

通过极大似然估计法算得轴承的形状参数 $\beta=3175$, 尺度参数 $\eta=3.56$ 。将表 8 的无失效数据通过加权 E-Bayes 法评估可靠性,算得轴承的形状参数 $\beta=6485.5$, 尺度参数 $\eta=1.0209$ 。式(16)给出了产品服从双参数 Weibull 分布的可靠度函数表达式,将形状参数 β 和尺度参数 η 代入式(16)便可得到轴承的可靠性曲线图。

$$F(x) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta\right] \tag{16}$$

将极大似然估计法分析表 5 完全失效寿命的结果与加权 E-Bayes 法分析前 2000 h 的无失效寿命数据结果和本文方法分析前 1300 h 缺失退化数据结果分别得到的可靠性曲线图做对比,如图 4 所示。

由图 4 可知,运用本文方法分析前 1300 h 带有缺失性能退化数据与极大似然估计法分析完全失效寿命数据得到的曲线结果趋势很接近且评估结果更偏于保守,验证了本文方法的有效性。而加权 E-Bayes 法分析结果在没有性能退化数据的情况下评估结果容易受样本分组及截尾时间的影响,从图 4 上反映出曲线的退化趋势与前两种分析方法相去甚远。结合试验在前 2000 h 可靠性较高的实际,发现加权 E-Bayes 法仅在 1800~2000 h 的评估结果略优于本文,其余时间段的评估明显过于保守,对样本的可靠性评判不够准确。

将极大似然估计法分析完全失效寿命的结果与加权 E-Bayes 法分析前 2000 h 的无失效寿命数据结果和本文方法分析前 1300 h 缺失退化数据结果分别得到的某几个点可靠度点估计值 $R(t)$ 做对比,得到对比结果如表 9 所示。

由表 9 给出的可靠度点估计值结合试验实际可知,加权 E-Bayes 法分析表 8 中前 2000 h 无失效寿命数据得到的评估结果在 1000 h 处显得过低,同时在 2500~3000 h 过程中试验的实际失效率在 0.48~0.57 之间,加权 E-Bayes 法的评估结果不符合实际,对样本的可靠度评估不够准确;对比极大似然估计法得到的结果,本文方法分析得到的估计结果在试验还未开始失效时评估结果会更加偏于保守,在试验 2500~3000 h 阶段相比更加符合试验实际,其评估效果也明显优于加权 E-Bayes 法分析表 8 无失效寿命数据得到的评估结果,验证了在前 1300 h 没有样本失效的情况下,本文通过分析样本部分缺失的性能退化数据也可

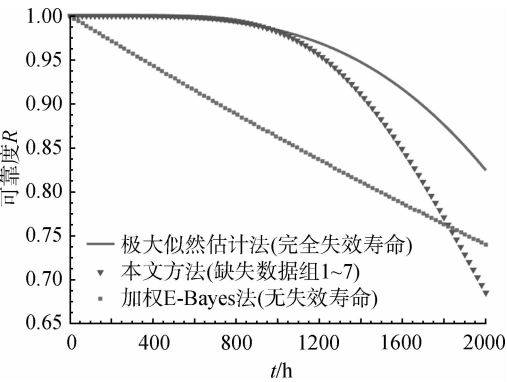


图 4 不同分析方式分析无失效寿命及退化数据得到的可靠性曲线图对比结果

Fig. 4 Comparison of reliability curves obtained by analyzing zero-failure lifetime data and degradation data by different analysis methods

表 9 不同分析方式得到的可靠度估计值结果对比

Table 9 Comparison of reliability estimation obtained by different analysis methods

计算方法	可靠度 $R(t)$			
	$t=1\,000\text{ h}$	$t=2\,000\text{ h}$	$t=2\,500\text{ h}$	$t=3\,000\text{ h}$
极大似然法(完全失效寿命)	0.9837	0.8245	0.6524	0.4417
本文方法(缺失数据组 1~7)	0.9819	0.6853	0.4785	0.3183
加权 E-Bayes 法(无失效寿命)	0.8622	0.7402	0.6853	0.6343

以得到较为准确的可靠性评估结果,为该种情况下的无失效数据可靠性分析提供了一种思路。

4 结 论

1) 针对无失效小样本轴承可靠性试验中经常遇到的带有性能退化量且数据有缺失的情况提出了一种可靠性分析方法。运用 TT 数据模拟法结合 Bootstrap 自助法可以根据缺失部分的有效信息补全数据组并扩大样本量,最后通过基于退化轨迹的分析方法得到可靠性评估结果,并经实例证明可行。

2) 通过对比发现,弃用或合理利用带有数据缺失的样本会对可靠性评估精度造成影响,本文方法因充分利用缺失数据组中有效信息而增大可利用样本量,提高了此情况下小样本轴承试验的可靠性评估精度。

3) 基于不可抗力因素造成可靠性试验中断前得到的部分性能退化数据仍包含试验样本的性能退化信息,通过充分利用其有效信息而扩大可靠性评估中的可用样本量,对提高评估准确性或减少必要的完整试验组数,以降低试验成本的想法可行且有积极的实际意义。

4) 与极大似然估计法分析试验得到的完全寿命数据结果对比发现,传统基于无失效寿命数据的可靠性分析方法(如加权 E-Bayes 法)在不结合样本性能退化数据时进行可靠性分析具有一定的局限性,而分析样本失效前的部分性能退化数据可以得到较基于寿命数据下更准确的结果,提高了无失效数据下的可靠性评估精度,为无失效数据可靠性评估提供了一种思路。

参考文献:

[1] 傅惠民,张海波. Weibull 分布定时无失效数据可靠性分析方法[J]. 航空动力学报,2010,25(12):2807-2810.
FU Huimin,ZHANG Yongbo. Method of reliability analysis for time truncated zero-failure data based on Weibull distribution[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25

(12):2807-2810. (in Chinese)
[2] KWON Y. Design of Bayesian zero-failure reliability demonstration test for products with Weibull lifetime distribution[J]. Journal of Applied Reliability, 2014, 14(4): 220-224.
[3] KWON Y. The effect of scale parameter in designing reliability demonstration test for lognormal lifetime distribution[J]. Journal of Applied Reliability, 2014, 14(1): 53-57.
[4] 夏新涛,叶亮,李云飞,等. 基于多层自助最大熵法的可靠性评估[J]. 兵工学报,2016,37(7):1317-1329.
XIA Xintao, YE Liang, LI Yunfei, et al. Reliability evaluation based on hierarchical bootstrap maximum entropy method[J]. Acta Armamentarii, 2016, 37(7): 1317-1329. (in Chinese)
[5] 夏新涛,朱文焕,孙立明,等. 基于自助最大熵法的滚动轴承无失效数据可靠性评估[J]. 轴承,2016(7):32-36,53.
XIA Xintao, ZHU Wenhuan, SUN Liming, et al. Reliability evaluation for zero-failure data of rolling bearings based on bootstrap maximum entropy method [J]. Bearing, 2016(7):32-36,53. (in Chinese)
[6] 高攀东,沈雪瑾,陈晓阳,等. 无失效数据下航空轴承的可靠性分析[J]. 航空动力学报,2015,30(8):1980-1987.
GAO Pandong, SHEN Xuejin, CHEN Xiaoyang, et al. Reliability analysis for aircraft bearing with zero-failure data [J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(8): 1980-1987. (in Chinese)
[7] LIN L S, LI D C. A new approach to assess product lifetime performance for small data sets[J]. European Journal of Operational Research, 2013, 230(2): 290-298.
[8] GALETTO F, ERTO P. Comments on new practical Bayes estimators for the 2-parameter Weibull distribution (and reply)[J]. IEEE Transactions on Reliability, 1988, 37(5): 562-565.
[9] 高攀东,沈雪瑾,陈晓阳,等. 基于自助法的小样本 Weibull 分布可靠性分析[J]. 机械设计与研究,2015,31(2):164-167.
GAO Pandong, SHEN Xuejin, CHEN Xiaoyang, et al. Reliability analysis under Weibull distribution in small samples based on bootstrap [J]. Machine Design and Research, 2015, 31(2): 164-167. (in Chinese)
[10] 秦萃晨,陈晓阳,沈雪瑾. 小样本下基于竞争失效的轴承可靠性评估[J]. 振动与冲击,2017,36(23):248-254.
QIN Luosheng, CHEN Xiaoyang, SHEN Xuejin. Reliability

ty assessment of bearings based on competing failure under small sample data[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017,36(23):248-254. (in Chinese)

[11] EFRON B. Bootstrap methods; another look at the jack-knife[J]. The Annals of Statistics, 1979,7(1):1-26.

[12] 张中益,沈雪瑾. 基于神经网络的小样本轴承球可靠度评估[J]. 工业控制计算机, 2019,32(5):66-67,70.
ZHANG Zhongyi, SHEN Xuejin. Reliability assessment of small sample bearing balls based on artificial neural network[J]. Industrial Control Computer, 2019, 32(5): 66-67,70. (in Chinese)

[13] 张晓东,赵建斌,安海. 基于退化数据的小样本时变可靠性评估方法[J]. 强度与环境, 2017,44(6):57-64.
ZHANG Xiaodong, ZHAO Jianbin, AN Hai. Time-variant reliability evaluation approach of small samples based on degradation data[J]. Structure and Environment Engineering, 2017,44(6):57-64. (in Chinese)

[14] 茆诗松,罗朝斌. 无失效轴承的可靠性分析[J]. 数理统计与应用概率, 1989,4(4):489-506.
MAO Shisong, LUO Chaobin. Reliability analysis of failure-free bearings[J]. Mathematical Theory and Applied Probability, 1989,4(4):489-506. (in Chinese)

[15] LU C J, MEEKER W Q. Using degradation measures to estimate time-to-failure distribution [J]. Technometrics, 1993,35(2):161-174.

[16] TAYLOR M S, THOMPSON J R. A data based algorithm for the generation of random vectors [J]. Computational Statistics and Data Analysis, 1986,4(2):93-101.

[17] KINGSBURY E, WALKER R. Motions of an unstable retainer in an instrument ball bearing[J]. Journal of Tribology, 1994,116(2):202-208.

[18] GENTLE J E. Computation statistics[M]. Berlin: Springer, 2009.

[19] 杨赵岩,陈晓阳,冯戴一楠,等. 柔性轴承随动加载疲劳寿命试验设计[J]. 机械设计与研究, 2018,34(6):99-102,108.
YANG Zhaoyan, CHEN Xiaoyang, FENG Daiyinan, et al. Fatigue life test design of flexible bearing under tracking-loading[J]. Machine Design and Research, 2018,34(6):99-102,108. (in Chinese)

[20] QIN Luosheng, SHEN Xuejin, CHEN Xiaoyang, et al. Reliability assessment of bearings based on performance degradation values under small samples[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017,63(4):248-254.

[21] GEBRAEEL N, LAWLEY M, LIU R, et al. Residual life predictions from vibration-based degradation signals; a neural network approach[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2004,51(3):694-700.

[22] 蔡忠义,陈云翔,项华春,等. 基于无失效数据的加权 E-Bayes 可靠性评估方法[J]. 系统工程与电子技术, 2015(1):219-223.
CAI Zhongyi, CHEN Yunxiang, XIANG Huachun, et al. Method for evaluation of weight expected-Bayesian reliability based on zero-failure data[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015(1):219-223. (in Chinese)

(编辑:王碧琚)